

高次元ブラックボックス最適化のための 曲率推定に基づく座標選択CMA-ES

CMA-ES with Coordinate Selection Based on Curvature Estimation
for High-Dimensional Black-box Optimization

清水 洗希*1
SHIMIZU Hiroki

豊田 正史*2
TOYODA Masashi

*1東京大学大学院 情報理工学系研究科

Graduate School of Information Science and Technology, the University of Tokyo

*2東京大学 生産技術研究所

Institute of Industrial Science, the University of Tokyo

We propose a coordinate selection technique for the covariance matrix adaptation evolution strategy (CMA-ES). Our technique enables CMA-ES to adapt to objective functions with ill-conditionality and deep dependencies of parameters based on curvature estimation. We examine properties of our technique through several benchmark functions.

1. はじめに

移動の際に所要時間を最小化する経路の探索や、航空機の設計の際に揚力を最大化する翼の設計といったタスクは最適化問題とみなすことができ、我々の生活の中でありふれたものであると同時に非常に重要なものである。

最適化問題は与えられた目的関数を最小化 (或いは最大化) する入力変数の探索を行うものであるが、特に目的関数が未知である (入力に対する出力のみが得られる) 場合をブラックボックス最適化問題という。ブラックボックス最適化では、目的関数の導関数をはじめ、あらゆる性質を事前に知ることができない。そのため、予め目的関数の様々な性質を考慮したアルゴリズムを設計する必要があり、考慮すべき性質として、変数間依存性、悪条件性、多峰性が挙げられている [坂井 07, Hansen 09]。

CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy) [Hansen 16] は、ブラックボックス最適化において最も優れたアルゴリズムの一つとして知られている。CMA-ES は、進化戦略 (ES) に分散共分散行列を導入したアルゴリズムで、多変量正規分布 $\mathcal{N}(\mathbf{m}, \sigma^2 \mathbf{C})$ に基づいて個体を多数生成し、より良い目的関数値を得た個体を用いて、分布の変数 (平均 \mathbf{m} , 分散共分散行列 \mathbf{C} およびステップサイズ σ) の最適化を行うことで、解を探索する。CMA-ES の持つ大きな特徴として、分散共分散行列の適応による変数間の依存性を考慮した個体生成、個体を用いることによる広範囲な探索、ステップサイズによる解の探索効率の向上が挙げられ、一般に、前述の悪条件性、多峰性、変数間依存性を持つ目的関数に対して有効であるとされる [秋本 16]。

一方で、高次元かつ悪条件 (条件数が大きい) 下ではスカラーであるステップサイズ σ と分散共分散行列 \mathbf{C} の振る舞いに乖離が生じることから、性能が低下することが報告されている [Loshchilov 14, 清水 20]。この問題に対して、同論文 [清水 20] で提案された確率的次元選択 CMA-ES は、目的関数の座標軸をランダムに選択してパラメタを更新することで、目的関数の条件数の低減、ステップサイズのベクトル化を達成し、性能の向上に成功した。一方で、同手法では、ランダムに座標軸を選択するため、変数間の依存関係を考慮することができない。

そこで、本研究では、目的関数の変数間の依存関係や条件数に動的に適応可能な座標軸の選択手法を提案する。提案手法では、分散共分散行列とステップサイズを用いて補正した刻み幅から、目的関数の各座標軸についての曲率を求め、それをもとに座標選択を行う。

実験では、変数間依存性や悪条件性を持つベンチマーク関数を使用し、提案手法の性質を確認する。

以下、2章で関連研究について説明し、次に3章で提案手法について記す。そして、4章で実験を通してその評価を行い、最後に5章でまとめを述べる。

2. 関連研究: CMA-ES

本章では、CMA-ES のアルゴリズムの概要と、本手法のベースとなる確率的次元選択 CMA-ES について述べる。

2.1 $(\mu/\mu_w, \lambda)$ -CMA-ES

本節では、CMA-ES のうち最も一般的とされる $(\mu/\mu_w, \lambda)$ -CMA-ES について概要を述べる。CMA-ES は、一般の進化戦略とは異なり、解候補を直接保持せず、多変量正規分布 $\mathcal{N}(\mathbf{m}^{(t)}, \sigma^{(t)2} \mathbf{C}^{(t)})$ により解候補の集団を生成し、目的関数を用いた評価で高評価を得た候補から平均 $\mathbf{m}^{(t)}$ と分散共分散行列 $\mathbf{C}^{(t)}$ を更新することで解の探索を行う。ここで t はステップ数とする。

目的関数 $f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ を最小化する場合の、具体的なアルゴリズムについて以下に記す。はじめに、変数の初期化を行う。平均 $\mathbf{m}^{(0)} \in \mathbb{R}^d$, 分散共分散行列 $\mathbf{C}^{(0)} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, ステップサイズ $\sigma^{(0)} \in \mathbb{R}$ をそれぞれ探索領域に応じて決める。また、分散共分散行列とステップサイズのそれぞれの進化パス $\mathbf{p}_c^{(0)} \in \mathbb{R}^d$ および $\mathbf{p}_\sigma^{(0)} \in \mathbb{R}^d$ を $\mathbf{0}$ とする。そして、あらかじめ定めた終了条件を満たすまで以下のステップを繰り返す。

[Step 1.] 式 (1) の通り、正規分布 $\mathcal{N}(\mathbf{0} \in \mathbb{R}^d, \mathbf{I} \in \mathbb{R}^{d \times d})$ から、 λ 個の個体 $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{\lambda \times d}$ を生成する。次に式 (2) の通り、 $\mathbf{C}^{(t)}$ を平方分解し、 $\mathbf{z}^{(t)}$ との行列積から $\mathbf{y}^{(t)} \in \mathbb{R}^{\lambda \times d}$ を求める。そして、式 (3) の通り、 $\sigma^{(t)}$ を $\mathbf{y}^{(t)}$ の各要素にかけ、平均 $\mathbf{m}^{(t)}$ との和から解集団 $\mathbf{x}^{(t)} \in \mathbb{R}^{\lambda \times d}$ を生成する。

連絡先: {shimizu, toyoda}@tkl.iis.u-tokyo.ac.jp

$$\mathbf{z}^{(t)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}^{(t)} = \mathbf{z}^{(t)} \sqrt{\mathbf{C}^{(t)}}, \quad (2)$$

$$\mathbf{x}^{(t)} = \mathbf{m}^{(t)} + \sigma^{(t)} \mathbf{y}^{(t)}. \quad (3)$$

[Step 2.] Step 1. で生成した解集団 $\mathbf{x}^{(t)}$ の各個体について $f(\mathbf{x}_i)$, ($i = 1, \dots, \lambda$) から評価値を計算し, 昇順に $\mathbf{x}^{(t)}$, $\mathbf{y}^{(t)}$, $\mathbf{z}^{(t)}$ を個体 (λ) の軸について並び替える.

[Step 3.] 各個体の順位についての重み $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^\lambda$ を用いて, 式 (4), (5) の通り \mathbf{w} と $\mathbf{x}^{(t)}$, $\mathbf{y}^{(t)}$ の個体の軸についての内積を取り, $d\mathbf{y}^{(t)}$, $d\mathbf{z}^{(t)} \in \mathbb{R}^d$ を求める. ここで, 重み \mathbf{w} は, $1 < \mu < \lambda$ とし, $w_1 \geq \dots \geq w_\mu > 0$, $w_{\mu+1}, \dots, w_\lambda = 0$, $\|\mathbf{w}\|_1 = 0$ を満たすものとする.

$$d\mathbf{y}^{(t)} = \sum_i^\lambda w_i \mathbf{y}_i^{(t)}, \quad (4)$$

$$d\mathbf{z}^{(t)} = \sum_i^\lambda w_i \mathbf{z}_i^{(t)}. \quad (5)$$

[Step 4.] Step 3. で求めた $d\mathbf{y}^{(t)}$, $d\mathbf{z}^{(t)}$ を用いて式 (6), (7), (8) の通り進化パスを計算する. ここで, $\mu_w = \frac{1}{\|\mathbf{w}\|}$, $\chi_d = \mathbb{E}[\|\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})\|] \simeq \sqrt{d}(1 - \frac{1}{4d} + \frac{1}{21d^2}) \in \mathbb{R}$ とし, $c_\sigma, c_c \in \mathbb{R}$ を各進化パスの学習率とする.

$$h_\sigma^{(t+1)} = \begin{cases} 1 & \|\mathbf{p}_\sigma^{(t+1)}\| < (1.4 + \frac{2}{n+1})\chi_d, \\ 0 & \text{else} \end{cases}, \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_\sigma^{(t+1)} = (1 - c_\sigma)\mathbf{p}_\sigma^{(t)} + \sqrt{c_\sigma(2 - c_\sigma)\mu_w} d\mathbf{z}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_c^{(t+1)} &= (1 - c_c)\mathbf{p}_c^{(t)} \\ &+ h_\sigma^{(t+1)} \sqrt{c_c(2 - c_c)\mu_w} d\mathbf{y}. \end{aligned} \quad (8)$$

[Step 5.] Step 4. で求めた進化パスを用いて式 (9), (10), (11) の通り多変量正規分布の変数の更新を行う. ここで, $OP(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は入力ベクトルとそれ自身の直積行列とする. また, $\eta_m \in R$ を平均 \mathbf{m} の学習率, $\eta_{c_1}, \eta_{c_\mu} \in R$ をそれぞれ分散共分散行列 \mathbf{C} の rank-one update (式 (11) 右辺二項目), rank- μ update (式 (11) 右辺三項目) の学習率とし, $d_\sigma \in R$ をステップサイズの減衰率とする.

$$\mathbf{m}^{(t+1)} = \mathbf{m}^{(t)} + \eta_m \sigma^{(t)} d\mathbf{y}^{(t)}, \quad (9)$$

$$\sigma^{(t+1)} = \sigma^{(t)} \exp\left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma} \left(\frac{\|\mathbf{p}_\sigma^{(t+1)}\|}{\chi_d} - 1\right)\right), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{(t+1)} &= \mathbf{C}^{(t)} + \eta_{c_1} \left(OP(\mathbf{p}_c^{(t+1)}) - \mathbf{C}^{(t)}\right) \\ &+ \eta_{c_\mu} \sum_i^\lambda w_i \left(OP(\mathbf{y}_i^{(t)}) - \mathbf{C}^{(t)}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

以上の Step 1.~Step 5. を繰り返すことで, 平均ベクトル \mathbf{m} が解に, ステップサイズ σ が 0 に, 分散共分散行列 \mathbf{C} が $\mathbf{0}$ に収束することで, 多変量正規分布がデルタ関数に収束し, 最適解が求まる.

2.2 Sep-CMA-ES

本節では, 分散共分散行列を対角成分に限定することで空間・空間計算量を低減した sep-CMA-ES について述べる. Sep-CMA-ES [Ros 08] は目的関数が高次元である場合に, 時間・空間計算量の点から CMA-ES の適用が困難であるという問題を解決するために, CMA-ES における分散共分散行列を対角成分に限定したアルゴリズムである. Sep-CMA-ES では, 変数間の依存関係を考慮しない代わりに, 時間計算量・空間計算量はともに $O(d)$ となる.

また, Sep-CMA-ES では, 分散共分散行列の学習率を増大させており, 目的関数の入力次元を d として, rank-one update, rank- μ update とともに $(d+2)/3$ を係数にかける.

2.3 確率的次元選択 CMA-ES

本節では, 本手法のベースとなる確率的次元選択 CMA-ES について述べる. 同アルゴリズムは目的関数が高次元かつ悪条件な場合に, 更新する座標軸をランダムに選択することで, 条件数の低減とステップサイズのベクトル化を達成し, より高速な解の探索を実現したアルゴリズムである. 以下に具体的なアルゴリズムを記す.

最小化したい目的関数を $f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ とする. はじめに, 平均 $\mathbf{m}^{(0)} \in \mathbb{R}^d$, 分散共分散行列 $\mathbf{C}^{(0)} \in \mathbb{R}^{d \times d}$, ベクトル化されたステップサイズ $\sigma^{(0)} \in \mathbb{R}^n$ をそれぞれ探索領域に応じて決め, 分散共分散行列とステップサイズのそれぞれの進化パスを $\mathbf{p}_c^{(0)} \in \mathbb{R}^d$, $\mathbf{p}_\sigma^{(0)} \in \mathbb{R}^d = \mathbf{0}$ と初期化する. 次に, 目的関数の入力次元長のインデックスベクトル $\boldsymbol{\iota} \in \mathbb{R}^d = (0, 1, \dots, d-1)$ を新たに導入する. インデックスベクトルは, 予め要素をランダムに並び替え, インデックスの参照を終えた要素の終端地点を $e \in \mathbb{R} = 0$ と初期化し, 各反復で選択する次元数を $s \in \mathbb{R}$ とする. そして, 予め定めた終了条件を満たすまで以下のステップを繰り返す.

[Step 1.] $\boldsymbol{\iota}$ から, 前世代での終了地点 e から $e+s$ までを取り出し, 当世代でのインデックスベクトル $\boldsymbol{\iota}' \in \mathbb{R}^s$ とする. ただし, $e+s > d$ の場合, e から d までのベクトル $\boldsymbol{\iota}' \in \mathbb{R}^{d-e}$ とし, $\boldsymbol{\iota}$ の要素を全てランダムに並び替え, $e = 0$ とする.

[Step 2.] 生成した当世代でのインデックスベクトル $\boldsymbol{\iota}'$ に基づいて, 各変数から部分ベクトルおよび部分行列を生成する. 具体的には, 平均 $\mathbf{m}' \in \mathbb{R}^s$, 分散共分散行列 $\mathbf{C}' \in \mathbb{R}^{s \times s}$, ステップサイズ $\sigma' \in \mathbb{R}^s$, 進化パス $\mathbf{p}'_c \in \mathbb{R}^s$, $\mathbf{p}'_\sigma \in \mathbb{R}^s$ となる. 分散共分散行列については, 指定されたインデックスの対角成分およびそれらの共起成分からなる対称行列を抽出する.

[Step 3.] 正規分布 $\mathcal{N}(\mathbf{0} \in \mathbb{R}^s, \mathbf{I} \in \mathbb{R}^{s \times s})$ から, λ 個の個体 $\mathbf{z}'^{(t)} \in \mathbb{R}^{\lambda \times s}$ を生成する. \mathbf{C}' を平方分解し, $\mathbf{z}'^{(t)}$ との行列積から $\mathbf{y}'^{(t)} \in \mathbb{R}^{\lambda \times s} = \mathbf{z}'^{(t)} \sqrt{\mathbf{C}'}$ を求める. そして, $\sigma'^{(t)}$ を $\mathbf{y}'^{(t)}$ の各要素にかけ, 平均 $\mathbf{m}'^{(t)}$ の $\boldsymbol{\iota}'$ の要素との和から解集団 $\mathbf{x}'^{(t)} \in \mathbb{R}^{\lambda \times d} = \mathbf{m}'^{(t)} + \sigma'^{(t)} \circ \mathbf{y}'^{(t)}$ を生成する (ここで \circ は二つのベクトル間の要素積を取る演算子とする). このとき, $\mathbf{x}'^{(t)}$ は通常の CMA-ES と同じ次元の行列となるが, $\boldsymbol{\iota}'$ 以外のインデックスの次元については, 各個体全て同じ値 ($\mathbf{m}'^{(t)}$ の値) を取る.

[Step 4.] 通常の CMA-ES と同様に, 目的関数を用いて各個体を評価・順位づけし, 昇順に並び替える. また, 同様に重み $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^\lambda$ との個体の軸 (λ の軸) についての内積 $d\mathbf{y}'^{(t)}$, $d\mathbf{z}'^{(t)} \in \mathbb{R}^s$ を求める.

[Step 5.] Step 4. で求めた $d\mathbf{y}'^{(t)}$, $d\mathbf{z}'^{(t)}$ をもとに, 進化パスを更新する. このとき, $\boldsymbol{\iota}'$ で指定された要素のみ更新を行い, その他の要素については元の値を維持する.

[Step 6.] 進化パスをもとに平均 $\mathbf{m}'^{(t)}$, 分散共分散行列 $\mathbf{C}'^{(t)}$,

ステップサイズベクトル $\sigma^{(t)}$ の更新を行う。ここでも、Step 4. と同様に ι' で指定された要素のみ更新を行い、その他の要素については元の値を維持する。ステップサイズの更新値は、2 章式 (10) にある通りスカラー値であり、提案手法においても、同一反復中での更新値は ι' の次元について同一となる。しかし、提案手法では、更新に用いられる p'_σ の次元の組が毎回異なることから、反復を重ねることでステップサイズベクトルの各要素は異なる値を取る。

以上の Step 1.~Step 6. を通常の CMA-ES と同様に終了条件を満たすまで繰り返す。sep-CMA-ES についても分散共分散行列の対角成分から ι' に対応する次元を抽出することで CMA-ES の場合と同様に適用することができる。

3. 提案手法: 勾配推定に基づく座標選択

前述の通り、確率的次元選択 CMA-ES は、悪条件な関数においては優れた性能を示している。一方で、ランダムに座標軸を選択するため、特定の座標軸上の変数を同時に更新する必要のある、変数間依存性を持つ関数については、課題が存在する。

そこで、本論文では、目的関数の各座標軸における曲率を推定し、曲率の近い座標軸を選択し変数を更新することで、性能の向上を図る。具体的には、確率的次元選択 CMA-ES の [Step 1.] において、インデックスベクトル ι を曲率の降順に並びかえる手法を提案する。曲率は、[Step 6.] において、選択された座標軸の変数を基に以下の式を用いて推定する。

$$\delta p = [0.0001, \dots, 0.0001]^s, \quad (12)$$

$$\delta q = \sigma \delta p \sqrt{C}, \quad (13)$$

$$d_1 = \frac{f(m + \delta q) - f(m - \delta q)}{2 * \delta q}, \quad (14)$$

$$d_2 = \frac{f(m + \delta q) - f(m) + f(m - \delta q)}{\delta q^2}, \quad (15)$$

$$C_{curv} = \frac{(1 + d_1^2)^{\frac{3}{2}}}{|d_2|}. \quad (16)$$

微小な刻み幅 δp をステップサイズ及び分散共分散行列を用いて各座標軸に適応するように補正し (式 (13)), それを用いて一階微分 d_1 , 二階微分 d_2 , 曲率 C_{curv} を求める (式 (14), (15), (16)).

4. 実験

本章では、いくつかのベンチマーク関数を用い、提案手法の性質を確認する。

4.1 実験設定

CMA-ES におけるハイパーパラメタは予備実験と同様に文献 [Hansen 14] に示されている推奨値を使用した。ただし、ハイパーパラメタの引数となる次元の値については、提案手法及び確率的次元選択 CMA-ES では、目的関数の入力次元数 d ではなく、各世代ごとに選択された次元数 s を用いた。また、Sep-CMA-ES への適用の場合は、Sep-CMA-ES と同様に分散共分散行列の rank-one update, rank- μ update 双方の学習率に $(s + 2)/3$ の係数をかけたものを用いた。比較するアルゴリズムは、提案手法 (Curvature), 確率的次元選択 CMA-ES (Random), Sep-CMA-ES の他に、VD-CMA [Akimoto 14] を用いた。初期値については、 $m^{(0)} = U(-5, 5)$, $C^{(0)} = I$, $\sigma^{(0)} = 1.0$, $\lambda = 4 + 3 \lfloor \ln(d) \rfloor$ と設定し、以降の全ての実験で

同一の設定を用いた。また、目的関数の目標値は 10^{-10} , 最大評価回数は $\lambda \times 10^7$ と設定した。本実験で用いたベンチマーク関数を表 1 に示した。

4.2 実験結果

本節では、ベンチマーク関数ごとの実験結果を記す。

4.2.1 Sphere 関数を用いた実験

本項では、 10^5 次元の Sphere 関数を用いた比較について述べる。Sphere 関数は、良条件かつ変数間に依存関係を持たない関数である。各手法の関数評価回数 (Function evaluations) と目的関数の値 (Objective) の関係を図 1(a) に示した。図より、提案手法は、ランダムに座標軸を選択した場合と同様の振る舞いをしており、良条件かつ変数間に依存関係を持たない関数では、提案手法の有効性は示されなかった。

4.2.2 Ellipsoid 関数を用いた実験

本項では、 10^5 次元の Ellipsoid 関数を用いた比較について述べる。Ellipsoid 関数は、悪条件性を持つ関数である。前節と同様に結果を図 1(b) に示した。図より、提案手法は、ランダムに座標軸を選択した場合を僅かに上回った。曲率が近い座標軸同士を選択を行うことで、ランダムな場合と比べてより条件数が低減されたと考えられる。

4.2.3 Rotated Ellipsoid 関数を用いた実験

本項では、 10^4 次元の Rotated Ellipsoid 関数を用いた比較について述べる。Rotated Ellipsoid 関数は、悪条件性及び全ての変数間に依存関係を持つ関数である。前節と同様に結果を図 1(c) に示した。図より、提案手法は、ランダムに座標軸を選択した場合を上回った。曲率の推定に用いる刻み幅を補正する際に、分散共分散行列を利用することで、Rotated Ellipsoid 関数の直行行列の影響に適応することができたと考えられる。

4.2.4 Chain 型 Rosenbrock 関数を用いた実験

本項では、 10^5 次元の Chain 型 Rosenbrock 関数を用いた比較について述べる。Chain 型 Rosenbrock 関数は、隣り合う変数の間に依存関係を持つ関数である。前節と同様に結果を図 1(d) に示した。図より、提案手法は、ランダムに座標軸を選択した場合を極僅かに上回ったが、Sep-CMA-ES に下回った。変数間の依存関係を考慮した座標軸の選択を行うことで、ランダムとの比較では有効性が僅かに示されたが、一反復中に更新する変数を制限しているため、Sep-CMA-ES には及ばなかったと考えられる。

4.2.5 Star 型 Rosenbrock 関数を用いた実験

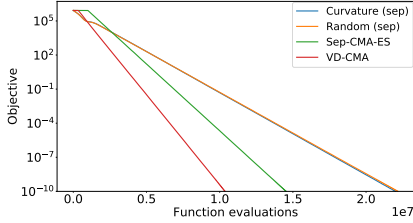
本項では、 10^5 次元の Star 型 Rosenbrock 関数を用いた比較について述べる。Star 型 Rosenbrock 関数は、一つ目の変数とそれ以降の変数の間に依存関係を持ち、高次元になるに比例して悪条件性を増す関数である。前節と同様に結果を図 1(e) に示した。図より、提案手法は、ランダムに座標軸を選択した場合を下回った。Star 型 Rosenbrock 関数は、前述のように一つ目の変数とそれ以降の変数の間に依存関係を持つため、座標軸を選択する場合、二つ目以降の変数が一つ目の変数と等しい割合で選択された方がより早い探索が可能であると言える。曲率の近さを基準に座標軸の選択をすることで、ランダムな場合と比べて、その割合に偏りが生じたことで性能の低下が起きたと考えられる。

5. 終わりに

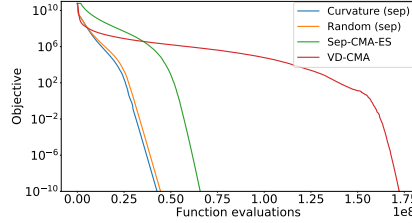
本論文では、目的関数の曲率を推定し、曲率の近い座標軸上の変数を選択して更新するアルゴリズムを提案した。実験より、提案手法は、悪条件及び変数間依存性の双方の性質を持

表 1: 実験に用いたベンチマーク関数. R はランダムに生成した $n \times n$ の直交行列である.

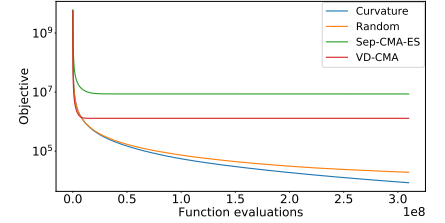
関数名	Definition
Sphere	$f_{sph}(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2$
Ellipsoid	$f_{ell}(x) = \sum_{i=1}^d (1000^{\frac{i-1}{d-1}} x_i)^2$
Rotated Ellipsoid	$f_{ellrot} = f_{ell}(Rx)$
Chain Rosenbrock	$f_{c-ros}(x) = \sum_{i=1}^{d-1} (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2)$
Star Rosenbrock	$f_{s-ros}(x) = \sum_{i=2}^d (100(x_1 - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2)$



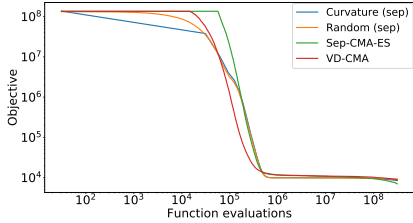
(a) 100,000 次元の Sphere 関数



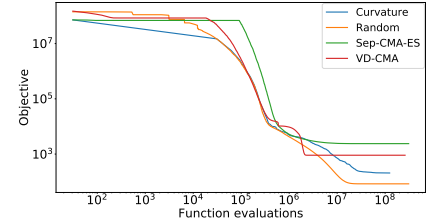
(b) 100,000 次元の Ellipsoid 関数



(c) 10,000 次元の Rotated Ellipsoid 関数



(d) 10,000 次元の Chain 型 Rosenbrock 関数 (片対数グラフ)



(e) 10,000 次元の Star 型 Rosenbrock 関数 (片対数グラフ)

図 1: ベンチマーク関数の最適化における各アルゴリズムの比較。

つ Rotated Ellipsoid 関数については有効性を示したものの、Rosenbrock 関数のような場合にはランダムに座標軸を選択する場合と比較して優れた性能を示すことができなかった。今後の課題として、提案手法の最適化におけるパラメタの振る舞いをより詳細に分析することで、アルゴリズムの修正を行いたい。

謝辞

本研究は JST CREST JPMJCR19A4 の支援を受けたものである。

参考文献

[Akimoto 14] Akimoto, Y., Auger, A., and Hansen, N.: Comparison-Based Natural Gradient Optimization in High Dimension, in *Proceedings of the 2014 Conference on Genetic and Evolutionary Computation - GECCO '14*, pp. 373–380, ACM Press (2014)

[Hansen 09] Hansen, N., Finck, S., Ros, R., and Auger, A.: Real-Parameter Black-Box Optimization Benchmarking 2009: Noiseless Functions Definitions, *Technical Report RR-6829, INRIA* (2009)

[Hansen 14] Hansen, N. and Auger, A.: Principled Design of Continuous Stochastic Search: From Theory to Prac-

ice, *Theory and Principled Methods for the Design of Metaheuristics*, pp. 145–180 (2014)

[Hansen 16] Hansen, N.: The CMA Evolution Strategy: A Tutorial, *arXiv:1604.00772* (2016)

[Loshchilov 14] Loshchilov, I.: A Computationally Efficient Limited Memory CMA-ES for Large Scale Optimization, in *Proceedings of the 2014 Conference on Genetic and Evolutionary Computation - GECCO '14*, pp. 397–404, ACM Press (2014)

[Ros 08] Ros, R. and Hansen, N.: A Simple Modification in CMA-ES Achieving Linear Time and Space Complexity, in *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN X*, Vol. 5199, pp. 296–305, Springer Berlin Heidelberg (2008)

[坂井 07] 坂井 節子, 高濱 徹行最適化手法における関数評価回数の削減手法-ポテンシャルモデルに基づく比較推定法の提案-, *数理解析研究所講究録*, Vol. 1548, No. 7, pp. 61–70 (2007)

[秋本 16] 秋本 洋平 Evolution Strategies による連続最適化 CMA-ES の設計原理と理論的基盤, *進化計算の時代 特集号*, Vol. 60, pp. 292–297 (2016)

[清水 20] 清水 洗希, 小宮山 純平, 豊田 正史 CMA-ES における高次元・悪条件最適化のための確率的次元選択手法, *電子情報通信学会論文誌 D*, Vol. J103-D, No. 05 (2020)